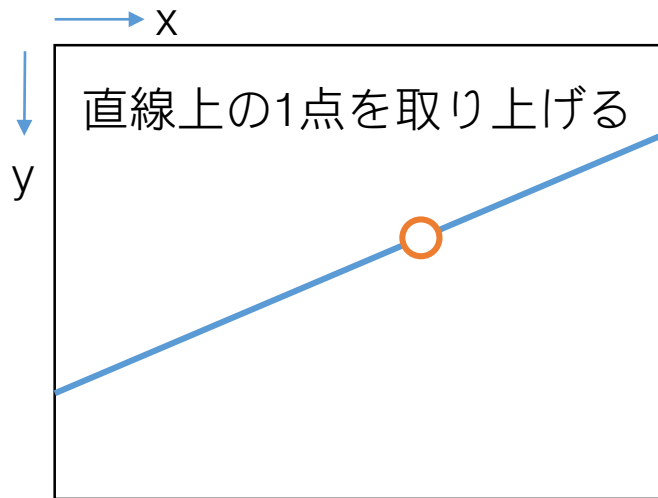


Hough変換

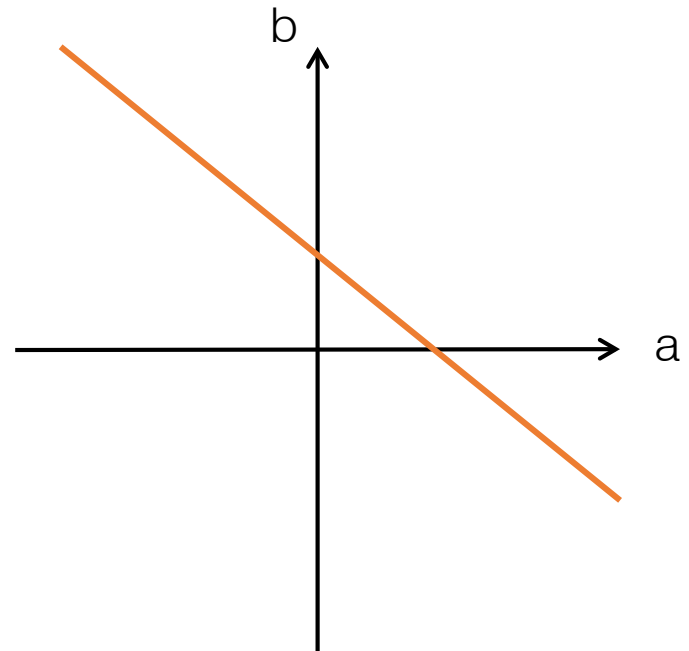
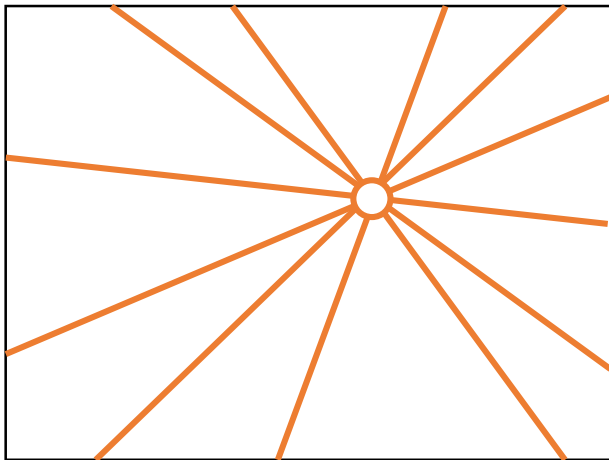
Hough変換

- 画像から，直線を検出するアルゴリズムの一つ。
- 画像内の直線を構成する点が，構成しうるあらゆる直線の組を考えて，その直線のパラメータに投票する．投票結果が最多な直線のパラメータが求める直線である。
- 複数の直線があっても使える。
- パラメータで表現された図形なら，直線以外でも使える(円など)．ただし複雑な図形だとパラメータの次元が増えるので限界はある。

点→可能性のあるパラメータの組すべて

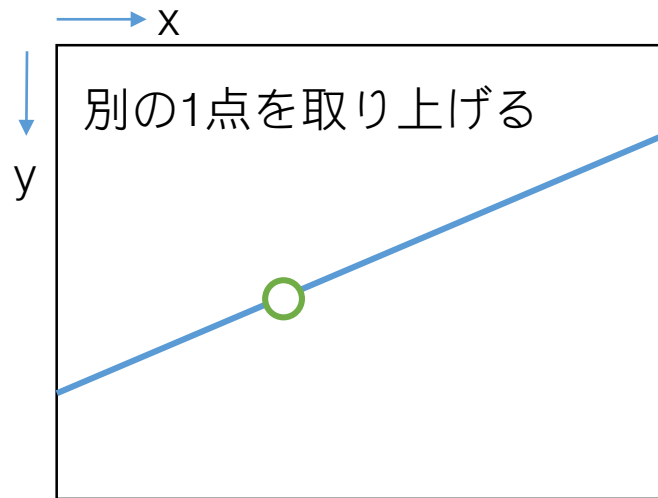


点を通る可能性のある
直線は無数にある

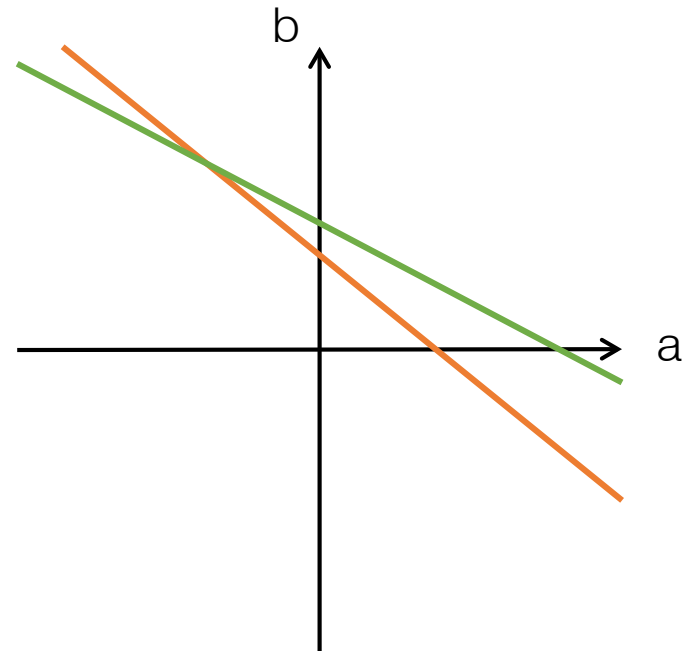
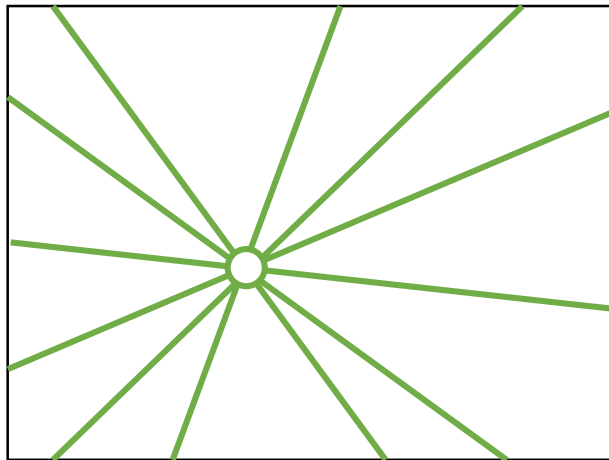


可能性のあるパラメータ全てに
投票する

点→可能性のあるパラメータの組すべて



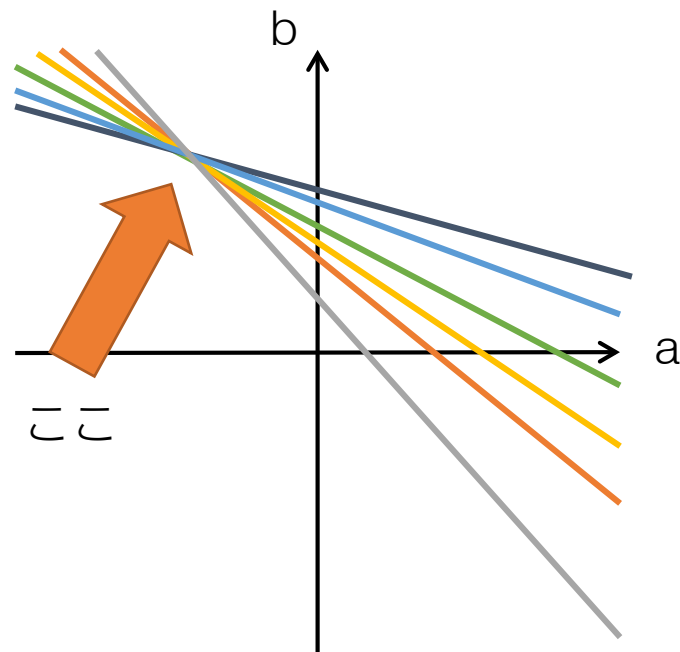
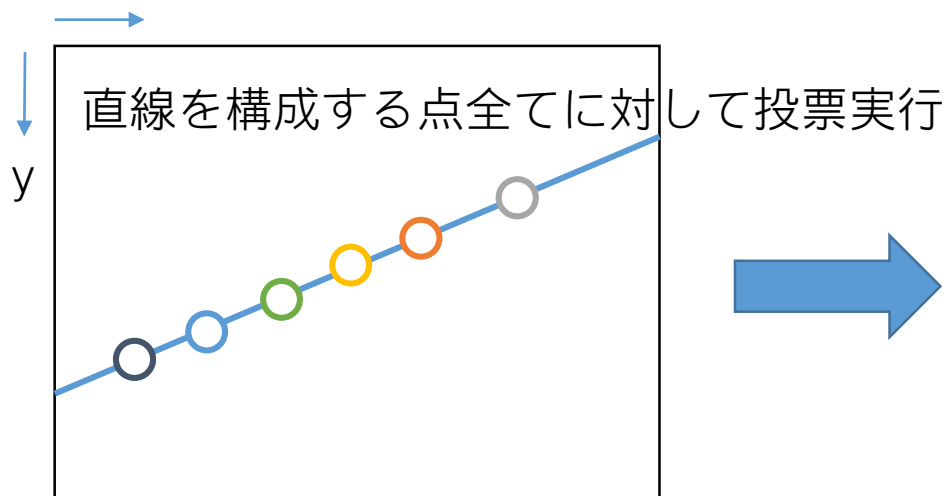
点を通る可能性のある
直線は無数にある



可能性のあるパラメータ全てに
投票する

点→可能性のあるパラメータの組すべて

x

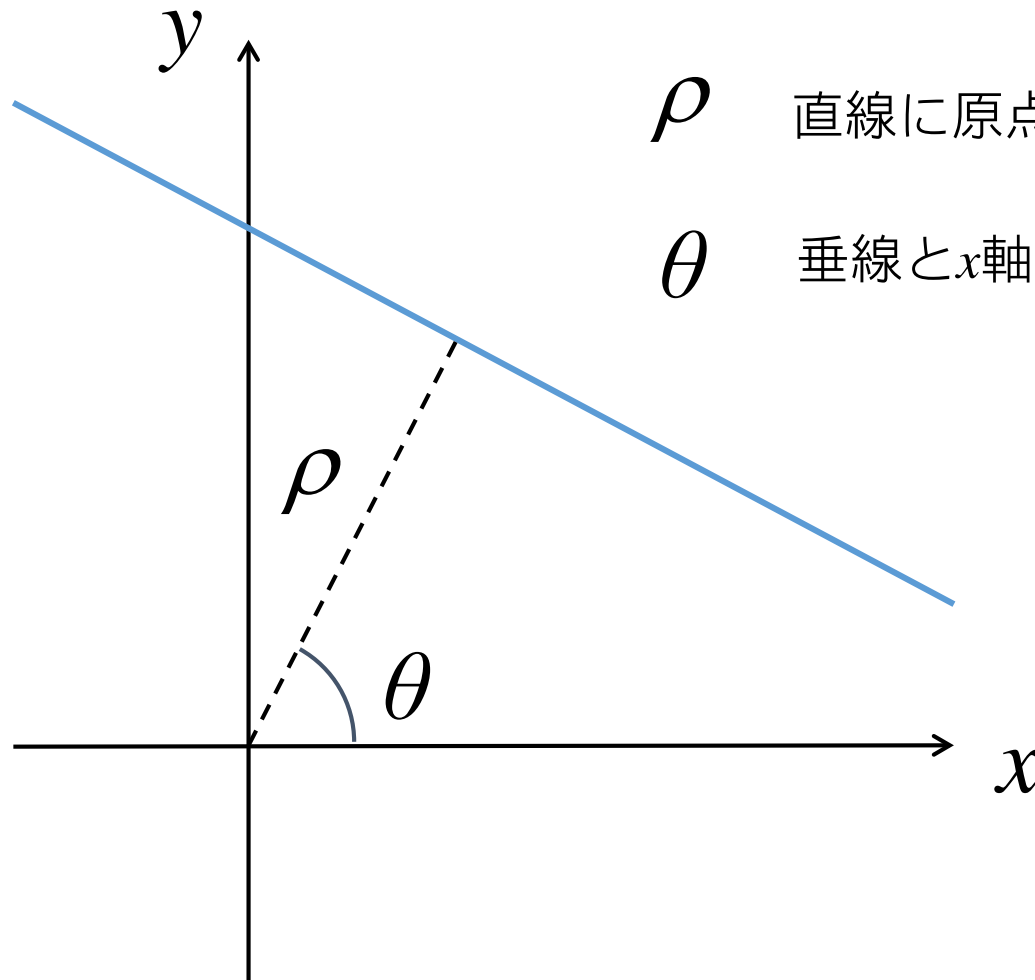


直線上の全ての点が投票するパラメータが存在するはず
→これが求める直線のパラメータ

実際には

- $y=ax+b$ として a,b をパラメータとすると、 a と b の範囲が $-\infty$ から $+\infty$ になってしまうので、直線の原点からの距離 ρ と、直線の傾き θ を使って直線を表現する。
- 投票を行うときは、パラメータ空間を離散的に区切り、全ての区画を最初0に初期化し、ある点を取り得る直線のパラメータに対応する区画を+1する。

Hough変換における直線のパラメータ



ρ 直線に原点から下ろした垂線の長さ

θ 垂線とx軸とのなす角度

OpenCVの関数 HoughLines

```
vector<Vec2f> lines;  
HoughLines(image, lines, 1, CV_PI/180, 100, 0, 0);
```

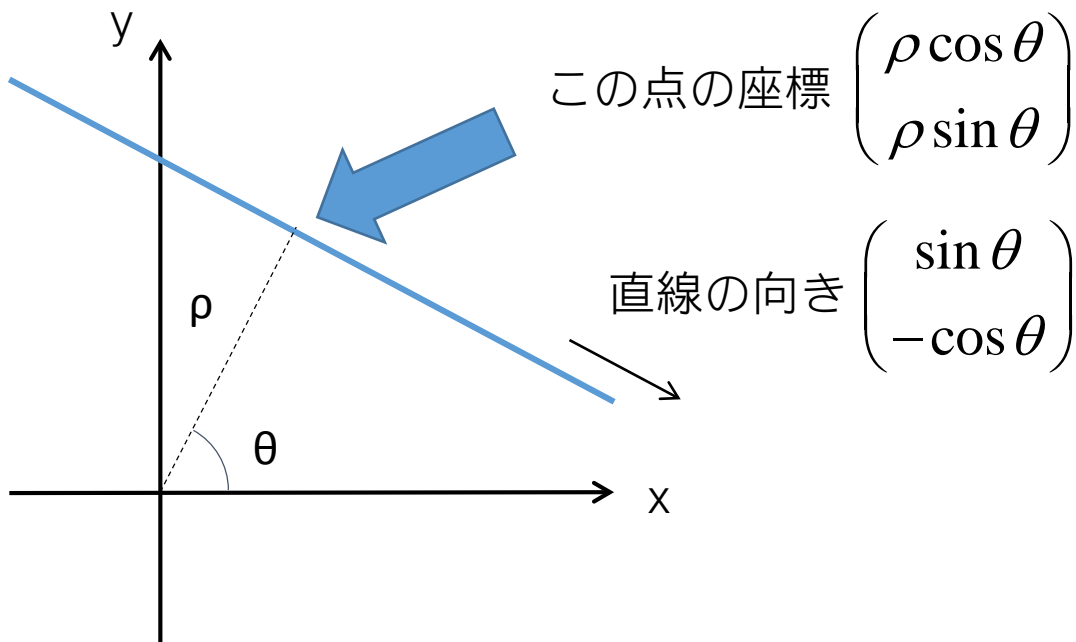
- image: 入力画像 8ビット 1チャンネル
- lines: 出力. 直線のパラメータ
- rho(この例では1): 原点からの距離の解像度
- theta(この例では $CV_PI/180 = \pi/180$): 傾きの解像度
- threshold(この例では100): 何点投票があれば直線と判断するかの閾値. 大きい程長い直線のみ抽出.

得られる結果

- lines に検出された直線の情報が入っている。
- lines.size() が直線の本数
- lines[i] に i 番目の直線のパラメータが入っている。
- Vec2f 型は OpenCV が提供している 2 成分のベクトル。各成分には配列と同じようにアクセスできる。
- lines[i][0] が i 番目の直線のパラメータ ρ
- lines[i][1] が i 番目の直線のパラメータ θ (ラジアン)

交点の検出

直線のパラメータの変換



直線の媒介変数表現:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = t \begin{pmatrix} \sin \theta \\ -\cos \theta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \rho \cos \theta \\ \rho \sin \theta \end{pmatrix}$$

2本の直線の交点

- 媒介変数表示のまま考える

$$l_1 : \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = t_1 \begin{pmatrix} \sin \theta_1 \\ -\cos \theta_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \rho_1 \cos \theta_1 \\ \rho_1 \sin \theta_1 \end{pmatrix}$$

$$l_2 : \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = t_2 \begin{pmatrix} \sin \theta_2 \\ -\cos \theta_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \rho_2 \cos \theta_2 \\ \rho_2 \sin \theta_2 \end{pmatrix}$$

- 交点 (x_0, y_0) は両方の直線の式を満たすことから,

$$\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = t_1 \begin{pmatrix} \sin \theta_1 \\ -\cos \theta_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \rho_1 \cos \theta_1 \\ \rho_1 \sin \theta_1 \end{pmatrix} = t_2 \begin{pmatrix} \sin \theta_2 \\ -\cos \theta_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \rho_2 \cos \theta_2 \\ \rho_2 \sin \theta_2 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} \sin \theta_1 & -\sin \theta_2 \\ -\cos \theta_1 & \cos \theta_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\rho_1 \cos \theta_1 + \rho_2 \cos \theta_2 \\ -\rho_1 \sin \theta_1 + \rho_2 \sin \theta_2 \end{pmatrix}$$

行列の形に表された連立方程式

- 一般的には

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix}$$
$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix}$$

- 本問にあてはめると

$$\begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sin \theta_1 \cos \theta_2 - \cos \theta_1 \sin \theta_2} \begin{pmatrix} \cos \theta_2 & \sin \theta_2 \\ \cos \theta_1 & \sin \theta_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\rho_1 \cos \theta_1 + \rho_2 \cos \theta_2 \\ -\rho_1 \sin \theta_1 + \rho_2 \sin \theta_2 \end{pmatrix}$$

となるが、この式を展開するよりは、double型変数 a, b, c, d, e, f を定義して値を代入し、一般式で計算する方が実装は容易。ただし0で割らないように注意。

交点の座標の計算

- 媒介変数 t_1, t_2 が求まったら、直線の式に代入すれば交点の座標が求まる。いずれの式でも同じになるはず。

$$l_1 : \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = t_1 \begin{pmatrix} \sin \theta_1 \\ -\cos \theta_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \rho_1 \cos \theta_1 \\ \rho_1 \sin \theta_1 \end{pmatrix}$$

$$l_2 : \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = t_2 \begin{pmatrix} \sin \theta_2 \\ -\cos \theta_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \rho_2 \cos \theta_2 \\ \rho_2 \sin \theta_2 \end{pmatrix}$$

- 全ての直線の組に対して、座標を求め、画像に描画してみる。