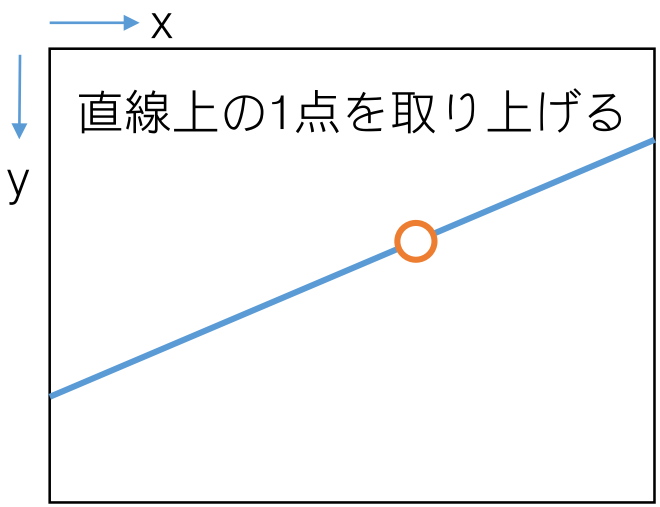
Hough変換

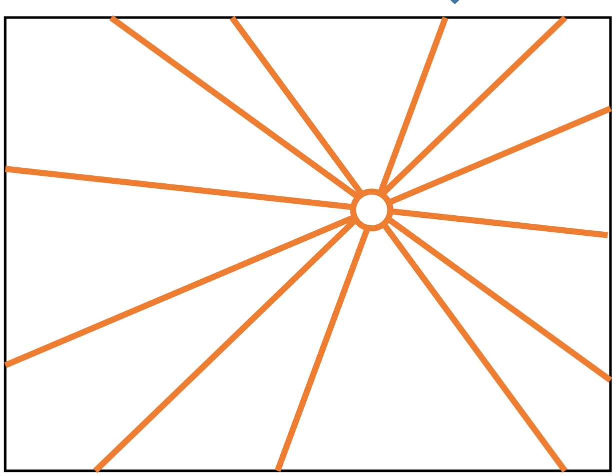
Hough変換

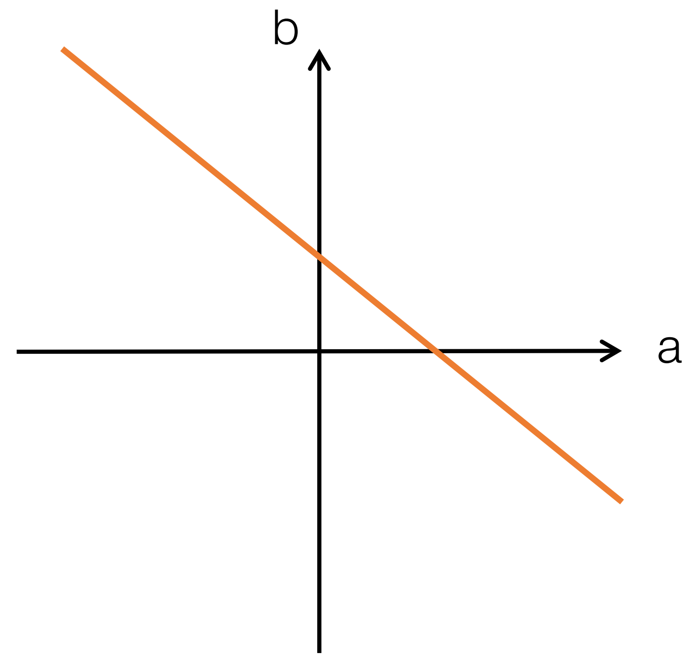
- 画像から，直線を検出するアルゴリズムの一つ.
- 画像内の直線を構成する点が，構成しうるあらゆる直線の組を考えて，その直線のパラメータに投票する．投票結果が最多な直線のパラメータが求める直線である.
- 複数の直線があっても使える.
- パラメータで表現された図形なら，直線以外でも使える(円など)．ただし複雑な図形だとパラメータの次元が増えるので限界はある.

点→可能性のあるパラメータの組すべて



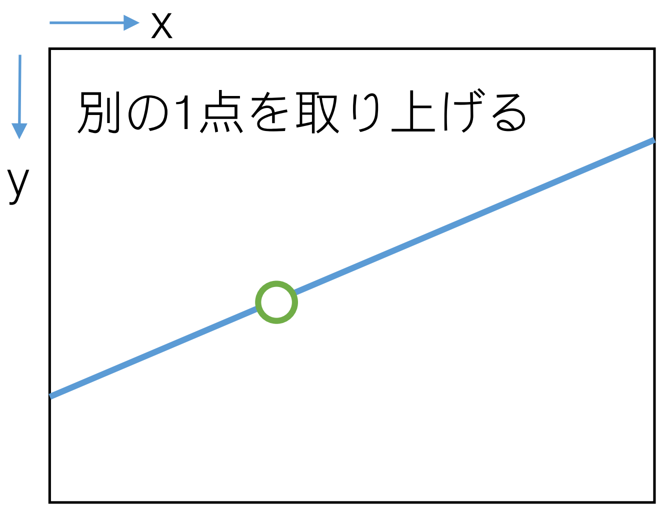
点を通る可能性のある
直線は無数にある



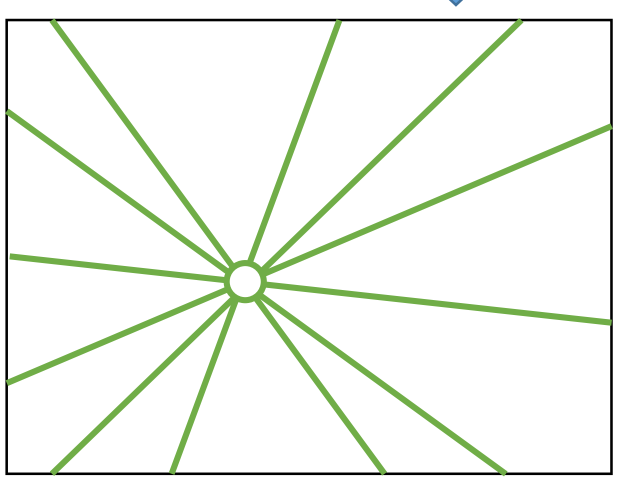


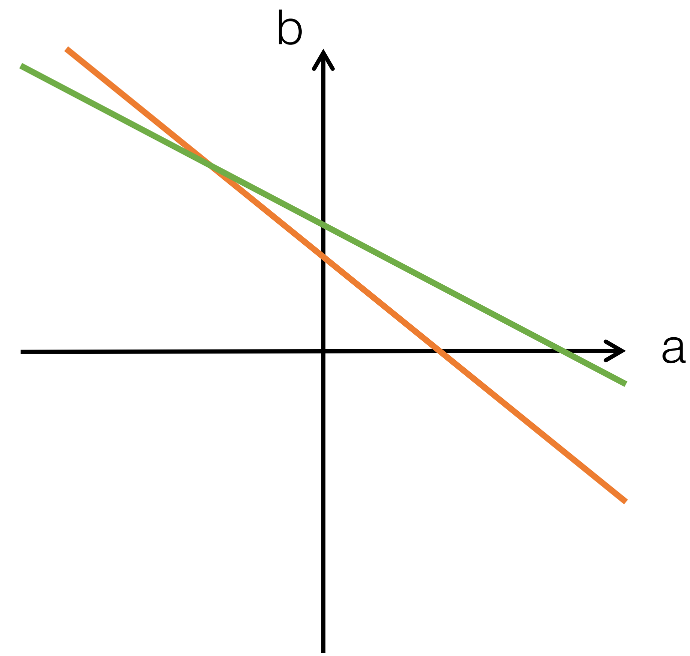
可能性のあるパラメータ全てに
投票する

点→可能性のあるパラメータの組すべて



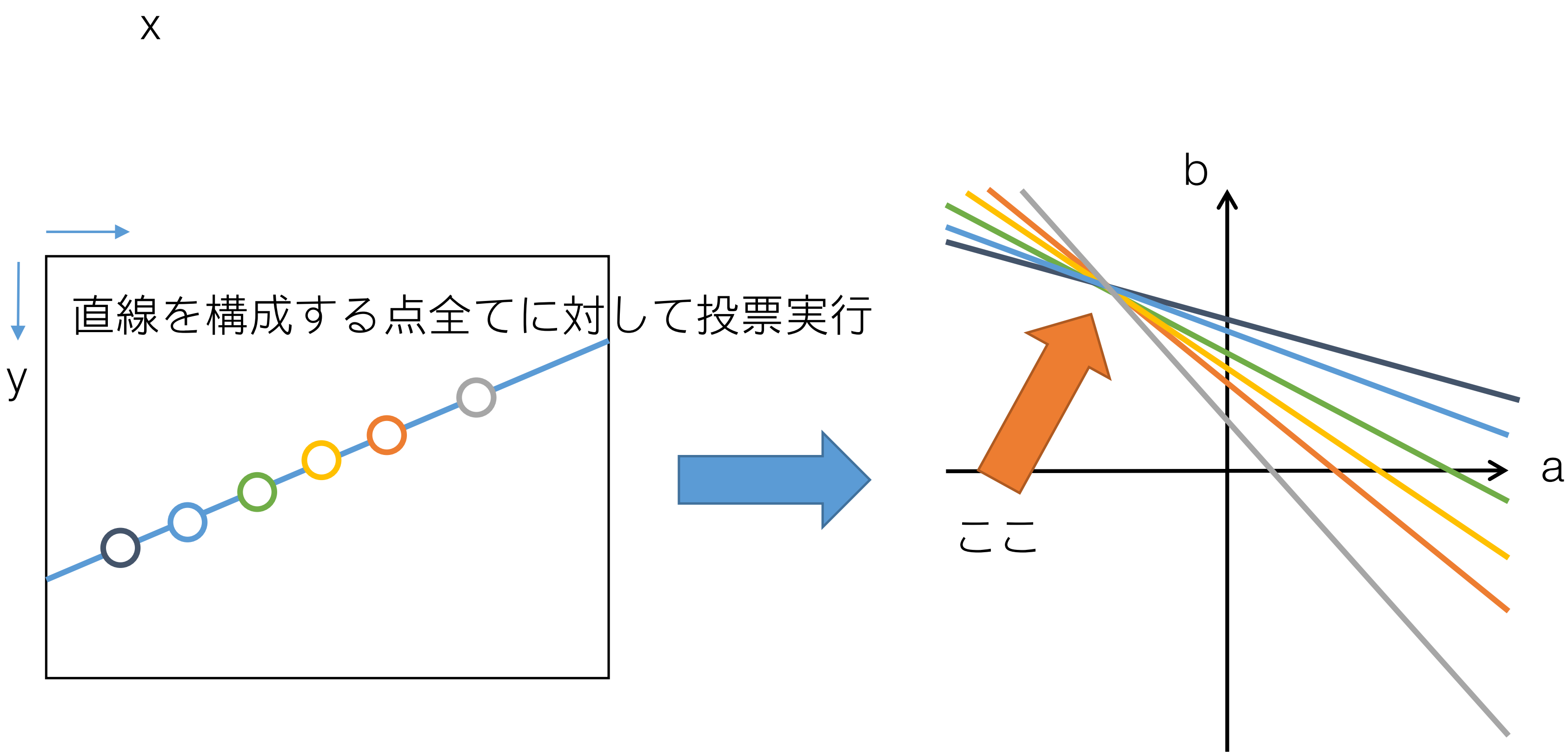
点を通る可能性のある
直線は無数にある





可能性のあるパラメータ全てに
投票する

点→可能性のあるパラメータの組すべて

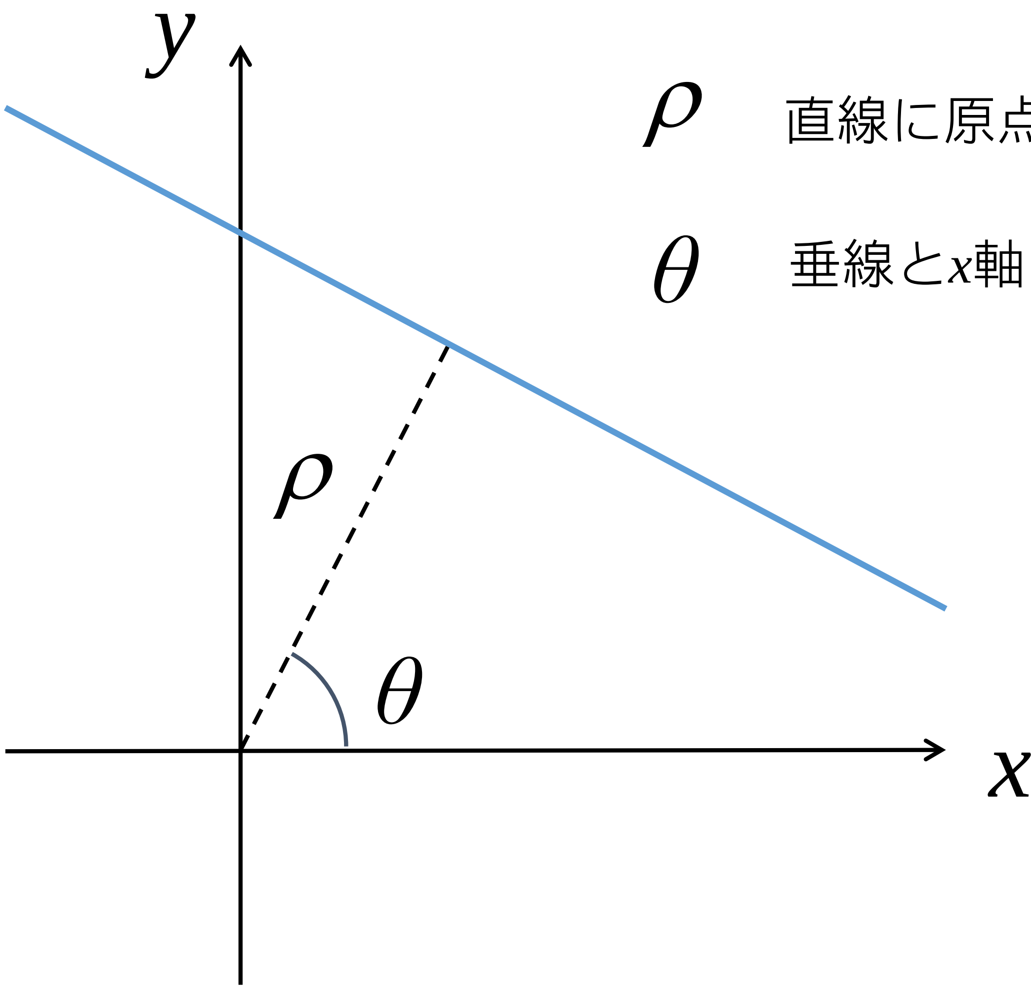


直線上の全ての点が投票するパラメータが存在するはず
→これが求める直線のパラメータ

実際には

- y=ax+bとしてa,bをパラメータとすると，aとbの範囲が-∞から+∞になってしまうので，直線の原点からの距離ρと，直線の傾きθを使って直線を表現する.
- 投票を行うときは，パラメータ空間を離散的に区切り，全ての区画を最初0に初期化し，ある点が取り得る直線のパラメータに対応する区画を+1する.

Hough変換における直線のパラメータ



ρ　直線に原点から下ろした垂線の長さ

θ　垂線とx軸とのなす角度

OpenCVの関数 HoughLines

```
vector<Vec2f> lines;
HoughLines(image, lines, 1, CV_PI/180, 100, 0, 0);
```

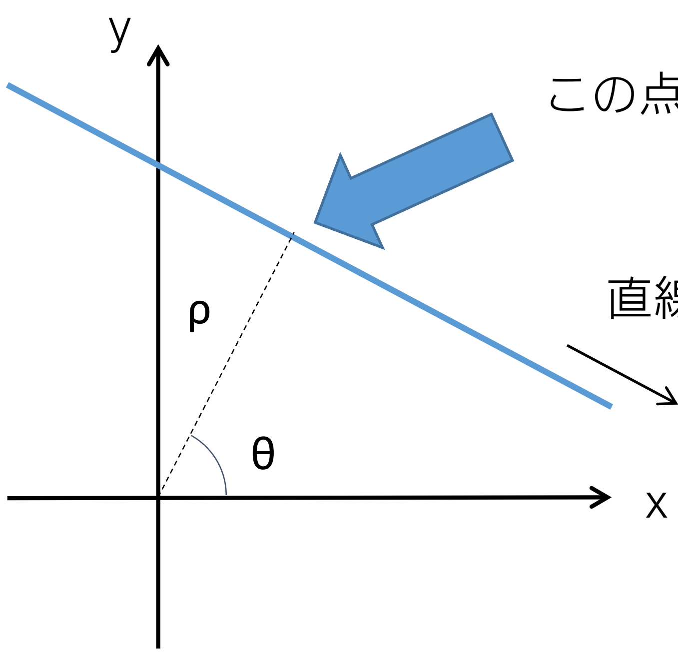
- image: 入力画像 8ビット 1チャネル
- lines: 出力．直線のパラメータ
- rho(この例では1): 原点からの距離の解像度
- theta(この例ではCV_PI/180＝π/180): 傾きの解像度
- threshold(この例では100): 何点投票があれば直線と判断するかの閾値．大きい程長い直線のみ抽出．

得られる結果

- lines に検出された直線の情報が入っている.
- lines.size()が直線の本数
- lines[i]にi番目の直線のパラメータが入っている.
- Vec2f型はOpenCVが提供している2成分のベクトル．各成分には配列と同じようにアクセスできる.
- lines[i][0]がi番目の直線のパラメータρ
- lines[i][1]がi番目の直線のパラメータθ(ラジアン)

交点の検出

直線のパラメータの変換



この点の座標 $\begin{pmatrix} \rho\cos\theta \\ \rho\sin\theta \end{pmatrix}$

直線の向き $\begin{pmatrix} \sin\theta \\ -\cos\theta \end{pmatrix}$

直線の媒介変数表現: $$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = t\begin{pmatrix} \sin\theta \\ -\cos\theta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \rho\cos\theta \\ \rho\sin\theta \end{pmatrix}$$

2本の直線の交点

- 媒介変数表示のままで考える

$$l_1 : \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = t_1 \begin{pmatrix} \sin\theta_1 \\ -\cos\theta_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \rho_1 \cos\theta_1 \\ \rho_1 \sin\theta_1 \end{pmatrix}$$

$$l_2 : \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = t_2 \begin{pmatrix} \sin\theta_2 \\ -\cos\theta_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \rho_2 \cos\theta_2 \\ \rho_2 \sin\theta_2 \end{pmatrix}$$

- 交点 (x_0, y_0) は両方の直線の式を満たすことから,

$$\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = t_1 \begin{pmatrix} \sin\theta_1 \\ -\cos\theta_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \rho_1 \cos\theta_1 \\ \rho_1 \sin\theta_1 \end{pmatrix} = t_2 \begin{pmatrix} \sin\theta_2 \\ -\cos\theta_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \rho_2 \cos\theta_2 \\ \rho_2 \sin\theta_2 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} \sin\theta_1 & -\sin\theta_2 \\ -\cos\theta_1 & \cos\theta_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\rho_1 \cos\theta_1 + \rho_2 \cos\theta_2 \\ -\rho_1 \sin\theta_1 + \rho_2 \sin\theta_2 \end{pmatrix}$$

行列の形に表された連立方程式

- 一般的には

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{ad-bc}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}\begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix}$$

- 本問にあてはめると

$$\begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sin\theta_1\cos\theta_2 - \cos\theta_1\sin\theta_2}\begin{pmatrix} \cos\theta_2 & \sin\theta_2 \\ \cos\theta_1 & \sin\theta_1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -\rho_1\cos\theta_1 + \rho_2\cos\theta_2 \\ -\rho_1\sin\theta_1 + \rho_2\sin\theta_2 \end{pmatrix}$$

となるが，この式を展開するよりは，double型変数a,b,c,d,e,fを定義して値を代入し，一般式で計算する方が実装は容易．ただし0で割らないように注意．

交点の座標の計算

- 媒介変数 t_1, t_2 が求まったら，直線の式に代入すれば交点の座標が求まる．いずれの式でも同じになるはず．

$$l_1 : \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = t_1 \begin{pmatrix} \sin\theta_1 \\ -\cos\theta_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \rho_1 \cos\theta_1 \\ \rho_1 \sin\theta_1 \end{pmatrix}$$

$$l_2 : \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = t_2 \begin{pmatrix} \sin\theta_2 \\ -\cos\theta_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \rho_2 \cos\theta_2 \\ \rho_2 \sin\theta_2 \end{pmatrix}$$

- 全ての直線の組に対して，座標を求め，画像に描画してみる．